



**Profesor  
Aldo del Águila**



# **ARITMÉTICA**

**GRUPO PITÁGORAS**

## ADICIÓN:

### SUMAS NOTABLES:

$$1) 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 38 = \frac{38 \times 39}{2} = 741$$

n sumandos

$$2) 2 + 4 + 6 + 8 + \dots = n(n+1)$$

Ejemplo:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 38 = 19 \times 20 = 380$$

$$\frac{38}{2} = n \rightarrow n = 19$$

n sumandos

$$3) 1 + 3 + 5 + 7 + \dots = n^2$$

Ejemplo:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 39 = 20^2 = 400$$

$$\frac{39+1}{2} = n \rightarrow n = 20$$

$$4) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejemplo:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 19^2 = \frac{19 \times 20 \times 39}{6} = 2470$$

$$5) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

Ejemplo:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 19^3 = \left( \frac{19 \times 20}{2} \right)^2 = 36100$$

## SUMAS NOTABLES:

$$6) 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Ejemplo:

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + 19 \times 20 = \frac{19 \times 20 \times 21}{3} = 2660$$

$$7) 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n = \frac{a^{(n+1)} - 1}{a - 1}$$

Ejemplo:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^9 = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023$$



## Sucesión de segundo orden:

### Ejemplo:

$$\begin{array}{cccccc}
 t_0 & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\
 c = & 10 & 13 & 20 & 31 & 46 & 65; \dots; 830 \\
 a + b = & 3 & 7 & 11 & 15 & 19 \\
 2.a = & 4 & 4 & 4 & 4 & & r = 4
 \end{array}$$

## Término de lugar "n" ( $t_n$ ):

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{array}{lcl}
 2.a = 4 & a + b = 3 & c = 10 \\
 a = 2 & 2 + b = 3 & \\
 & b = 1 & 
 \end{array}$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 + n + 10$$

$$n = 10 \Rightarrow t_{10} = 2(10^2) + 10 + 10 \Rightarrow t_{10} = 220$$

## Número de términos (N):

### Ejemplo:

$$t_n = 2n^2 + n + 10 = 830 \Rightarrow 2n^2 + n - 820 = 0$$

$$\begin{array}{rcl}
 2n & & 41 \\
 n & & -20
 \end{array}$$

$$2n + 41 = 0 \quad \vee \quad n - 20 = 0$$

$$n = -\frac{41}{2} \quad \times \quad \vee \quad n = 20 \quad \checkmark$$

## Suma (S):

### Ejemplo:

$$S = 13C_1^{20} + 7C_2^{20} + 4C_3^{20}$$

$$S = (13)(20) + (7)\left(\frac{20 \times 19}{2}\right) + 4\left(\frac{20 \times 19 \times 18}{2 \times 3}\right)$$

$$\Rightarrow S = 6150$$

## Progresión geométrica:

### Ejemplo:

3; 6; 12; 24; 48; .....; 12288

  
x2 x2 x2 x2

$$k = 2$$

$$a_1 = 3$$

## Término de lugar "n" ( $a_n$ ):

$$a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$$

$a_1$ : primer término

k : razón

### Ejemplos:

$$n = 7 \quad \Rightarrow \quad a_7 = 3 \times 2^6 \quad \Rightarrow \quad a_7 = 192$$

$$n = 9 \quad \Rightarrow \quad a_9 = 3 \times 2^8 \quad \Rightarrow \quad a_9 = 768$$

## Número de términos (N):

### Ejemplo:

$$a_n = 3 \times 2^{n-1} = 12288$$

$$2^{n-1} = 4096$$

$$2^{n-1} = 2^{12}$$

$$\Rightarrow n = 13$$

## Suma (S):

$$S = a_1 \cdot \left( \frac{k^n - 1}{k - 1} \right)$$

$a_1$ : primer término

k : razón

### Ejemplo:

$$S = 3 \left( \frac{2^{13} - 1}{2 - 1} \right) \quad \Rightarrow \quad S = 24\,573$$

# SUSTRACCIÓN:

$$M - S = D$$

M: minuendo  
S: sustraendo  
D: diferencia

M, S y D  $\in \mathbb{N}$

$$M + S + D = 2M$$

## Propiedad:

$$a > c$$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \overline{xyz} \end{array}$$

Entonces:

$$y = 9$$

$$x + z = 9$$

$$a - c = x + 1$$

## Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \overline{731} \\ - \overline{137} \\ \hline \overline{594} \end{array}$$

$$7 - 1 = 5 + 1$$

$$\begin{array}{r} \overline{854} \\ - \overline{458} \\ \hline \overline{396} \end{array}$$

$$8 - 4 = 3 + 1$$

## Propiedad:

$$\begin{array}{r} \overline{abc}_{(n)} \\ - \overline{cba}_{(n)} \\ \hline \overline{xyz}_{(n)} \end{array}$$

Entonces:

$$y = n - 1$$

$$x + z = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

## Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \overline{731}_{(9)} \\ - \overline{137}_{(9)} \\ \hline \overline{583}_{(9)} \end{array}$$

$$7 - 1 = 5 + 1$$

$$\begin{array}{r} \overline{452}_{(8)} \\ - \overline{254}_{(8)} \\ \hline \overline{176}_{(8)} \end{array}$$

$$4 - 2 = 1 + 1$$



## Complemento Aritmético (CA):

Sea  $N_{(b)}$  un número entero positivo de «k» cifras, entonces:

$$CA(N_{(b)}) = \underbrace{1000 \dots 000}_{k \text{ ceros}}_{(b)} - N_{(b)}$$

### Ejemplos:

$$CA(27) = 100 - 27 = 73$$

$$CA(526) = 1000 - 526 = 474$$

$$CA(4031) = 10000 - 4031 = 5969$$

$$CA(4031_{(7)}) = 10000_{(7)} - 4031_{(7)} = 2636_{(7)}$$

### Método práctico:

$$CA(7084000) = \overset{9}{9} \overset{9}{9} \overset{10}{10} - 7084000 = 2916000$$

$$CA(5004200) = \overset{9}{9} \overset{9}{9} \overset{9}{9} \overset{10}{10} - 5004200 = 4995800$$

$$CA(5004200_{(8)}) = \overset{7}{7} \overset{7}{7} \overset{7}{7} \overset{8}{8} - 5004200_{(8)} = 2773600_{(8)}$$

$$CA(4031_{(7)}) = \overset{6}{6} \overset{6}{6} \overset{7}{7} - 4031_{(7)} = 2636_{(7)}$$

$$CA(\overline{abcd}) = 10000 - \overline{abcd}$$



# CEPREUNI 2019-II

- 1) Si tenemos:  $729 + 8019 + 80919 + 809919 + \dots$  (100 sumandos).  
 Calcule el resultado y dar como respuesta la suma de sus cifras.  
 A) 373      B) 832      ~~C) 891~~      D) 900      E) 908

$$\begin{array}{rcl}
 9 & \xrightarrow{\quad} & 10 - 1 \\
 99 & \xrightarrow{\quad} & 100 - 1 \\
 999 & \xrightarrow{\quad} & 1000 - 1 \\
 9999 & \xrightarrow{\quad} & 10000 - 1 \\
 \vdots & & \vdots \\
 9 \dots 9999 & \xrightarrow{\quad} & 100 \dots 000 - 1
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 9 & \xrightarrow{\quad} & 10 - 1 \\ 99 & \xrightarrow{\quad} & 100 - 1 \\ 999 & \xrightarrow{\quad} & 1000 - 1 \\ 9999 & \xrightarrow{\quad} & 10000 - 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 9 \dots 9999 & \xrightarrow{\quad} & 100 \dots 000 - 1 \end{array}} \right\} 100 \text{ SUMANDOS}$$

$$\begin{array}{r}
 111 \dots 1110 - 100 \\
 \hline
 111 \dots 1010
 \end{array}$$

101 CIFRAS

LUEGO:

$$\begin{array}{r}
 111 \dots 1110 - 100 \\
 \hline
 111 \dots 1010
 \end{array}$$

101 CIFRAS

100 SUMANDOS

$$E = 729 + 8019 + 80919 + 809919 + \dots$$

$$E = 81.9 + 81.99 + 81.999 + 81.9999 + \dots + 81. \underbrace{999 \dots 99}_{100 \text{ CIFRAS}}$$

$$E = 81 ( 9 + 99 + 999 + 9999 + \dots + \underbrace{999 \dots 9}_{100 \text{ CIFRAS}} )$$

$$E = 81 ( \underbrace{1111 \dots 11010}_{101 \text{ CIFRAS}} )$$

$$E = \underbrace{8999 \dots 991810}_{102 \text{ CIFRAS}}$$

PIDEN:

$$X = 8 + 1 + 8 + 1 + 9 \times 97$$

$$\therefore X = 891$$

$$\begin{array}{r}
 \underbrace{111 \dots 111010 \times}_{101 \text{ CIFRAS}} \\
 \quad \quad \quad 81 \\
 \hline
 111 \dots 111010 \\
 8888 \dots 88080 \\
 \hline
 8999 \dots 991810 \\
 \hline
 \underbrace{\hspace{10em}}_{102 \text{ CIFRAS}}
 \end{array}$$



**CEPREUNI 2019-II**

2) Dar la suma de la siguiente adición

$$S = 7 + 77 + 777 + \dots \text{ ("n" sumandos)}$$

A)  $7[11^{n+1} - 11n + 1]$  B)  $11[10^{n+1} - 7n + 49]$  C)  $7\left[\frac{10^n - n - 9}{49}\right]$  **D)  $7\left[\frac{10^{n+1} - 9n - 10}{81}\right]$**  E)  $11\left[\frac{7^{n+1} - 7n + 7}{11}\right]$

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$

$$S = \overbrace{7 + 77 + 777 + 7777 + \dots + 777\dots7}^{n \text{ SUMANDOS}}$$

$n \text{ CIFRAS}$

$$S = 7 \times 1 + 7 \times 11 + 7 \times 111 + 7 \times 1111 + \dots + 7 \times \underbrace{111\dots1}_{n \text{ CIFRAS}}$$

$$S = 7 (1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{n \text{ CIFRAS}})$$

$$S = \frac{7 \times 9}{9} (1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{n \text{ CIFRAS}})$$

$$S = \frac{7}{9} (9 + 99 + 999 + 9999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{n \text{ CIFRAS}})$$

$$S = \frac{7}{9} (10^1 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^n - 1)$$

$$S = \frac{7}{9} (10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^n - \underbrace{1 - 1 - 1 \dots - 1}_{n \text{ VECES}})$$

$$S = \frac{7}{9} (\boxed{1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n} - n - 1)$$

$$S = \frac{7}{9} \left( \boxed{\frac{10^{n+1} - 1}{9}} - n - 1 \right)$$

$$S = \frac{7}{9} \left( \frac{10^{n+1} - 1}{9} - \frac{n \times 9}{9} - \frac{1 \times 9}{9} \right)$$

$$\therefore S = 7 \frac{(10^{n+1} - 9n - 10)}{81}$$

### CEPREUNI 2019-II

3) Calcule la siguiente suma  $2 + 22_{(7)} + 222_{(7)} + \dots + \underbrace{22 \dots 22_{(7)}}_{50 \text{ cifras}}$

A)  $\frac{7^{50}-57}{6}$

B)  $\frac{7^{51}-51}{6}$

C)  $\frac{7^{51}-307}{18}$

D)  $\frac{7^{52}-209}{18}$

E)  $\frac{7^{52}-51}{18}$

PROPIEDAD MÁXIMO NUMERAL

EJEMPLOS:

$$555_{(6)} = 6^3 - 1$$

$$7777_{(8)} = 8^4 - 1$$

$$1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$

$$\begin{aligned} E &= 2_{(7)} + 22_{(7)} + 222_{(7)} + \dots + \overbrace{222 \dots 2_{(7)}}^{50 \text{ cifras}} \\ 3E &= 3(2_{(7)} + 22_{(7)} + 222_{(7)} + \dots + \overbrace{222 \dots 2_{(7)}}^{50 \text{ cifras}}) \\ 3E &= 6_{(7)} + 66_{(7)} + 666_{(7)} + \dots + \overbrace{666 \dots 6_{(7)}}^{50 \text{ cifras}} \\ 3E &= 7^1 - 1 + 7^2 - 1 + 7^3 - 1 + \dots + 7^{50} - 1 \\ 3E &= 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{50} - \underbrace{1 - 1 - 1 \dots - 1}_{50 \text{ VECES}} \\ 3E &= \boxed{1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{50}} - 50 - 1 \\ 3E &= \frac{7^{51} - 1}{6} - 51 \end{aligned}$$

$$3E = \frac{7^{51} - 1}{6} - \frac{51 \cdot 6}{6}$$

$$3E = \frac{7^{51} - 1 - 306}{6}$$

$$3E = \frac{7^{51} - 307}{6}$$

$$E = \frac{7^{51} - 307}{3 \cdot 6}$$

$$\therefore E = \frac{7^{51} - 307}{18}$$

4) La suma de trece números enteros consecutivos es de la forma  $\overline{4a9a}$ . Calcule el mayor de los números.

A) 363

B) 368

C) 369

D) 374

E) 375

13 NÚMEROS CONSECUTIVOS

$$(N-6) + \dots + (N-2) + (N-1) + N + (N+1) + (N+2) + \dots + (N+6) = \overline{4a9a}$$

como  $13N \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 13N = \overline{4a9a} \\ -1-4-31 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 13 = -4 - 4a - 27 + a \\ 0 \\ (-1)13 = (-31 - 3a)(-1) \end{array}$$

PROPIEDAD  
DIVISIBILIDAD

Por  
TANTEO  $a=7 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 13 = 52 = 31 + 3 \times 7 \end{array}$$

REEMPLAZANDO  $a=7$ 

$$13N = \overline{4a9a}$$

$$13N = \overline{4797}$$

$$N = 369$$

Piden:

$$N+6 = 369+6$$

$$\therefore N+6 = 375$$

**CEPREUNI 2019-II**

- 5) Si  $CA(\overline{xy}) + CA(\overline{yx}) = 79$ . Indique el valor que toma  $x + y$ .  
A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

DATO:

$$CA(\overline{xy}) + CA(\overline{yx}) = 79$$

$$100 - \overline{xy} + 100 - \overline{yx} = 79$$

$$200 - 79 = \overline{xy} + \overline{yx}$$

$$121 = x(10) + y + y(10) + x$$

$$121 = 11x + 11y$$

$$121 = 11(x + y)$$

$$\therefore 11 = x + y$$

## CEPREUNI 2019-II

6) Si  $\overline{xyz} - \overline{zyx} = \overline{abc}$  y  $\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{nm pq}$ .

La suma de cifras de  $(n + m + p + q)$  es:

A) 9

B) 12

C) 15 D) 16

~~E) 18~~

DATO:

$$\begin{array}{r} \overline{xyz} \\ - \overline{zyx} \\ \hline \overline{abc} \end{array}$$

PROPIEDAD: i  $b = 9$

ii  $a + c = 9$

DATO:

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ + \overline{cba} \\ \hline \overline{1089} = \overline{nm pq} \end{array}$$

$n = 1$   $m = 0$   $p = 8$   $q = 9$

PIDEN:

$\therefore n + m + p + q = 18$

CEPREUNI 2019-II

- 7) Si  $xyz_{(6)} - zyx_{(6)} = \overline{pqr}_{(6)}$  y también:  $\overline{pqr}_{(6)} + \overline{prq}_{(6)} + \overline{qpr}_{(6)} + \overline{qrp}_{(6)} + \overline{rpq}_{(6)} + \overline{rqp}_{(6)} = \overline{a55b}_{(6)}$ . Calcule  $(a+b) \times 2$   
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 352 \\ 5431_{(6)} \\ 4520_{(6)} \\ 3541_{(6)} \\ 5232_{(6)} \\ \hline \end{array}$$

- i  $1+0+1+2=4 < 6$   
 ii  $3+2+4+3=12 > 6$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 6} \\ 12 \overline{) 2} \\ \hline 0 \end{array}$$

- iii  $2+4+5+5+2=18 > 6$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 6} \\ 18 \overline{) 3} \\ \hline 0 \end{array}$$

- iv  $3+5+4+3+5=20 > 6$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 6} \\ 18 \overline{) 3} \\ \hline 2 \end{array}$$

Dato:  $\begin{array}{r} xyz_{(6)} \\ - zyx_{(6)} \\ \hline \end{array}$

Propiedad:

i  $q = 5$

ii  $p + r = 5$

→  $r + p + q = 10$

$$\begin{array}{r} 333 \\ pqr_{(6)} \\ \hline p r q_{(6)} \\ \hline q p r_{(6)} \\ \hline q r p_{(6)} \\ \hline r p q_{(6)} \\ \hline r q p_{(6)} \\ \hline \end{array} \quad ; \quad 2(r+p+q) = 20 > 6$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 6} \\ 18 \overline{) 3} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3552_{(6)} = \overline{a55b}_{(6)} \end{array}$$

$a = 3$

$b = 2$

ii  $2(p+r+q) + 3 = 23 > 6$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 6} \\ 18 \overline{) 3} \\ \hline 5 \end{array}$$

Proceda:  
 $\therefore (a+b) \times 2 = 10$

**CEPREUNI 2019-II**

8) El complemento aritmético de un número de cuatro cifras es Igual a la suma de sus cifras, excepto la de las centenas. La suma de las cuatro cifras es

A) 30

B) 31

C) 32

D) 33

E) 34

**DATO:**  $CA(\overline{abcd}) = \overbrace{a+c+d}^{1 \text{ cifra o 2 cifras}}$

4 cifras                      1 cifra o 2 cifras

**ENTONCES:**  $a=9$  y  $b=9$

**REENRAZANDO:**

$$CA(\overline{99cd}) = 9 + c + d$$

$$10000 - \overline{99cd} = 9 + c + d$$

$$10000 = \overline{99cd} + 9 + c + d$$

$$10000 = 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d + 9 + c + d$$

$$10000 = 9909 + 11c + 2d$$

$$91 = 11c + 2d$$

Por tanto  $c=7$

$$91 = 11c + 2d$$

$$91 = 11 \cdot 7 + 2d$$

$$91 - 77 = 2d$$

$$14 = 2d$$

$$7 = d$$

**Piden:**

$$\therefore a+b+c+d = 32$$

**EJEMPLOS:**

$$CA(\overline{99910}) = \overbrace{57}^{2 \text{ cifras}}$$

4 cifras                      2 cifras

$$CA(\overline{99910}) = \overbrace{44}^{2 \text{ cifras}}$$

4 cifras                      2 cifras

$$CA(\overline{xyzw}) = \overline{mn} \rightarrow x=9 \wedge z=9$$

4 cifras                      2 cifras

### CEPREUNI 2019-II

9) Si  $\overline{abc}$  es igual a la suma del doble de su complemento aritmético más el CA de la suma de las cifras que no forman el número. Calcule  $a + b + c$ .

A) 23

B) 16

C) 15

D) 20

E) 11

$$\overline{abc} = 2 \text{ CA}(\overline{abc}) + \text{CA}(\overbrace{45 - (a+b+c)}^{2 \text{ cifras}})$$

$$\overline{abc} = 2(1000 - \overline{abc}) + 100 - [45 - (a+b+c)]$$

$$\overline{abc} = 2000 - 2(\overline{abc}) + 100 - 45 + a + b + c$$

$$\overline{abc} + 2(\overline{abc}) = 2055 + a + b + c$$

$$3(\overline{abc}) = 2055 + a + b + c$$

$$a = 6 \rightarrow 3(\overline{6bc}) = 2055 + 6 + b + c$$

$$3(6 \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c) = 2061 + b + c$$

$$1800 + 30b + 3c = 2061 + b + c$$

$$30b - b + 3c - c = 2061 - 1800$$

$$29b + 2c = 261$$

Por  
TANTEO

$$29 \cdot 9 + 2 \cdot 0 = 261$$

$$b = 9 \quad c = 0$$

PIDEN:

$$\therefore a + b + c = 15$$



**CEPREUNI 2019-II**

10) Calcule el complemento aritmético de un número de 3 cifras, sabiendo que cuando se le suma 100, se obtiene el cuádruplo de su CA.

A) 220

B) 290

C) 520

D) 620

E) 780

$$CA(\overline{abc}) = ?$$

DATO:

$$\overline{abc} + 100 = 4 \cdot CA(\overline{abc})$$

$$\overline{abc} + 100 = 4(1000 - \overline{abc})$$

$$\overline{abc} + 100 = 4000 - 4(\overline{abc})$$

$$\overline{abc} + 4(\overline{abc}) = 4000 - 100$$

$$5(\overline{abc}) = 3900$$

$$\overline{abc} = 780$$

P: DEN:

$$CA(\overline{780}) = 220$$

$$\therefore 220$$